PART3　1次不等式

3　[1]　$-1<a<3$，$2<b<5$ のとき，次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

(1) $\dfrac{3a-5}{2}$　　(2) $a+b$　　(3) $2a-3b$

[2]　不等式 $4x-3a<-1$ を満たす整数 x の最大値が 5 であるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

[3]　次の x についての方程式，不等式を解け。

(1) $||x-4|-3|=5$

(2) $|x+1|+|x-3|<4x$

(3) $ax<x+b$

Point Pickup

[1]　(3)　$2a-3b=2a+(-3b)$ として考える。

[2]　x の値の範囲を数直線で考えるとよい。

[3]　(2)　絶対値記号の中の式が 0 以上になる場合と負になる場合で場合分けを行う。

(3)　x について整理し，x の係数で両辺を割る際に，x の係数の符号に注意する。

第 1 講　PART3　確認問題

1　$-4<a<5$ のとき，

$\boxed{アイ}<\dfrac{2a-1}{3}<\boxed{ウ}$

2　$-4<a<5$，$-3<b<-1$ のとき，

$\boxed{エオ}<a+b<\boxed{カ}$

3　$-4<a<5$，$-3<b<-1$ のとき，

$\boxed{キクケ}<3a-2b<\boxed{コサ}$

4　不等式 $2a-5x>3$ を満たす整数 x の最大値が -2 であるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。$\boxed{シ}$

① $-\dfrac{7}{2}<a<-1$　② $-\dfrac{7}{2}<a\leqq-1$

③ $-\dfrac{7}{2}\leqq a<-1$　④ $-\dfrac{7}{2}\leqq a\leqq-1$

⑤ $-6<a<-\dfrac{7}{2}$　⑥ $-6<a\leqq-\dfrac{7}{2}$

⑦ $-6\leqq a<-\dfrac{7}{2}$　⑧ $-6\leqq a\leqq-\dfrac{7}{2}$

次の x についての方程式，不等式を解け。

5 $||x-1|-2|=3$

$x=$ [ス], [セソ]

6 $|x|+|x-4|<3x$

$x>\dfrac{[タ]}{[チ]}$

7 a，b は定数とする。

$ax<2x+3b$ の解は

$a>$ [ツ] のとき [テ]

$a=$ [ツ] かつ b [ト] 0 のとき　すべての実数

$a=$ [ツ] かつ b [ナ] 0 のとき　解なし

$a<$ [ツ] のとき [ニ]

[[テ], [ニ] の選択肢]

① $x<\dfrac{3b}{a-2}$　② $x>\dfrac{3b}{a-2}$

③ $x\leqq\dfrac{3b}{a-2}$　④ $x\geqq\dfrac{3b}{a-2}$

[[ト], [ナ] の選択肢]

① $<$　② $\leqq$　③ $>$　④ $\geqq$

[MEMO]

PART3　１次不等式

3　［1］　$-1<a<3$，$2<b<5$ のとき，次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

(1)　$\dfrac{3a-5}{2}$　　(2)　$a+b$　　(3)　$2a-3b$

［2］　不等式 $4x-3a<-1$ を満たす整数 x の最大値が 5 であるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

［3］　次の x についての方程式，不等式を解け。

(1)　$||x-4|-3|=5$

(2)　$|x+1|+|x-3|<4x$

(3)　$ax<x+b$

［1］(1)　$-1<a<3$ より $-3<3a<9$　　$-8<3a-5<4$　　よって $-4<\dfrac{3a-5}{2}<2$

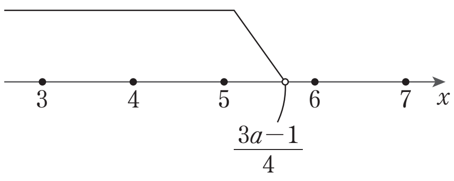
(2)　$-1<a<3$，$2<b<5$ の各辺を加えて　$1<a+b<8$

(3)　$-1<a<3$ より　$-2<2a<6$ …… ①

$2<b<5$ より　$-15<-3b<-6$ …… ②

①と②の各辺を加えて　$-17<2a-3b<0$

［2］　$4x-3a<-1$ より $4x<3a-1$　　$x<\dfrac{3a-1}{4}$



これを満たす整数 x の最大値が 5 であることから

$$5<\frac{3a-1}{4}\leqq 6$$

$$20<3a-1\leqq 24$$

$$21<3a\leqq 25$$

よって

$$7<a\leqq\frac{25}{3}$$

［3］ ⑴ $||x-4|-3|=5$ より $|x-4|-3=\pm 5$

よって　$|x-4|=8,\ -2$

$|x-4|\geqq 0$　より　$|x-4|=8$

$x-4=\pm 8$　　よって　$x=12,\ -4$

以上より，求める解は $x=12,\ -4$

⑵ (i) $x<-1$ のとき

$-(x+1)-(x-3)<4x$　　$-x-1-x+3<4x$　　$-6x<-2$　　$x>\dfrac{1}{3}$

$x<-1$ を満たさず不適。

(ii) $-1\leqq x<3$ のとき

$(x+1)-(x-3)<4x$　　$x+1-x+3<4x$　　$-4x<-4$　　$x>1$

$-1\leqq x<3$ との共通範囲は　$1<x<3$

(iii) $x\geqq 3$ のとき

$(x+1)+(x-3)<4x$　　$x+1+x-3<4x$　　$-2x<2$　　$x>-1$

$x\geqq 3$ との共通範囲は　$x\geqq 3$

(i)～(iii)より，求める解は　$x>1$

⑶ $ax<x+b$ より $(a-1)x<b$

(i) $a>1$ のとき　$x<\dfrac{b}{a-1}$

(ii) $a=1$ のとき　$0\cdot x<b$

$b>0$ のとき　解はすべての実数

$b\leqq 0$ のとき　解なし

(iii) $a<1$ のとき　$x>\dfrac{b}{a-1}$

(i)～(iii)より　$a>1$ のとき　$x<\dfrac{b}{a-1}$

$a=1$ かつ $b>0$ のとき　解はすべての実数

$a=1$ かつ $b\leqq 0$ のとき　解なし

$a<1$ のとき　$x>\dfrac{b}{a-1}$

第 1 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイ：-3，ウ：3

[解説]

$-4<a<5$ より　$-8<2a<10$ [A]

$-9<2a-1<9$

よって　$\boldsymbol{-3<\dfrac{2a-1}{3}<3}$

[A]
$A<B$ ならば
$A+C<B+C$，$A-C<B-C$
$A<B$，$C>0$ ならば
$AC<BC$，$\dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$
$A<B$，$C<0$ ならば
$AC>BC$，$\dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

2

[正解] エオ：-7，カ：4

[解説]

$-4<a<5$ と $-3<b<-1$ の各辺を加えて [B]

$\boldsymbol{-7<a+b<4}$

[B]
$n_1<x<n_2$，$m_1<y<m_2$ のとき
$n_1+m_1<x+y<n_2+m_2$

3

[正解] キクケ：-10，コサ：21

[解説]

$-4<a<5$ より　$-12<3a<15$　……①

$-3<b<-1$ より　$2<-2b<6$　……②

①と②の各辺を加えて [C]

$\boldsymbol{-10<3a-2b<21}$

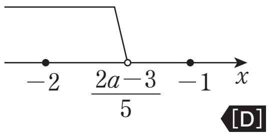
[C]　$A-B=A+(-B)$として考える。

4 [正解] シ：②

[解説]

$2a-5x>3$ より　$-5x>-2a+3$

$$x<\frac{2a-3}{5}$$



これを満たす整数 x の最大値が -2 であることから [D]

$$-2<\frac{2a-3}{5}\leqq -1$$ [E]

$$-10<2a-3\leqq -5$$

$$-7<2a\leqq -2$$

$$\boldsymbol{-\frac{7}{2}<a\leqq -1}$$

[D]　x の値の範囲を数直線で考える。

[E]　$\dfrac{2a-3}{5}=-1$ のとき不等式の解は $x<-1$ となり，この x の値の範囲を満たす最大の整数は -2 である。
不等号に "＝" をつけるかどうか迷うときは，"＝" としたときに成り立つかどうかを確認してみるとよい。

5 [正解] ス：6，セソ：-4

[解説]

$||x-1|-2|=3$ より　$|x-1|-2=\pm 3$ [F]

すなわち

$$|x-1|-2=3 \quad \text{または} \quad |x-1|-2=-3$$

よって　$|x-1|=5,\ -1$

$|x-1|\geqq 0$ より　$|x-1|=5$

$$x-1=\pm 5$$ [F]

よって　$\boldsymbol{x=6,\ -4}$

[F]　$|A|=\begin{cases} A & (A\geqq 0) \\ -A & (A<0) \end{cases}$

6 **[正解]** タ：4，チ：3

[解説]

(i)　$x<0$ のとき　$-x-(x-4)<3x$ [G]

$-x-x+4<3x$　　$-5x<-4$　　$x>\dfrac{4}{5}$

$x<0$ を満たさず不適。

(ii)　$0\leqq x<4$ のとき　$x-(x-4)<3x$

$x-x+4<3x$　　$4<3x$　　$x>\dfrac{4}{3}$

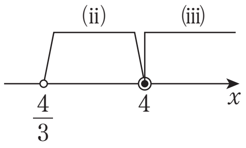
$0\leqq x<4$ との共通範囲は　$\dfrac{4}{3}<x<4$

(iii)　$x\geqq 4$ のとき　$x+(x-4)<3x$

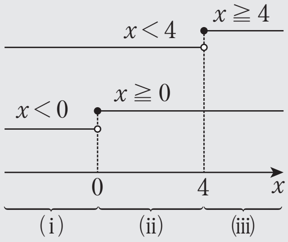
$x+x-4<3x$　　$-x<4$　　$x>-4$

$x\geqq 4$ との共通範囲は　$x\geqq 4$

(i)～(iii)より，求める解は　$\boldsymbol{x>\dfrac{4}{3}}$



[G]　絶対値記号の中の式 x と $x-4$ のそれぞれが，0 以上になる場合と負になる場合で場合分けを行う。



7 **[正解]** ツ：2，テ：①，ト：③，ナ：②，ニ：②

[解説]

$ax<2x+3b$ より　$(a-2)x<3b$ [H]

[H]　x について整理し，x の係数で両辺を割り，左辺を x のみにする。その際，x の係数の符号に注意する。

(i)　$a>2$ のとき　$x<\dfrac{3b}{a-2}$

(ii)　$a=2$ のとき　$0\cdot x<3b$

$b>0$ のとき　解はすべての実数

$b\leqq 0$ のとき　解なし

(iii)　$a<2$ のとき　$x>\dfrac{3b}{a-2}$

(i)〜(iii)より，求める解は

$a>2$ のとき　$x<\dfrac{3b}{a-2}$

$a=2$ かつ $b>0$ のとき　解はすべての実数

$a=2$ かつ $b\leqq 0$ のとき　解なし

$a<2$ のとき　$x>\dfrac{3b}{a-2}$